ตัวแบบเชิงกราฟสำหรับการจัดการสัญญาณไฟจราจร กรณีศึกษาทางแยกวัดพระญาติการาม

Graphical model for traffic lights management A case study intersection of *Wat PhrayaTikaram*

พศิน มรุปัณฑ์ธร[1*] นันทพรรดิ์ นิตยพงศ์ชัย[2] และ กุลิสรา มรุปัณฑ์ธร[3]

Pasin Maruphanton[1*], Nantapat Nittayapongchai[2] and Kulisara Marupanthorn[3]

บทคัดย่อ

จังหวัดพระนครศรีอยุธยาเป็นแหล่งท่องเที่ยวที่นักท่องเที่ยวทั้งภายในประเทศและต่างประเทศให้ความสนใจอย่างไรก็ตาม การจราจรภายในจังหวัดยังคงหนาแน่นและมีปัญหาการจราจรติดขัดในบางช่วงเวลา ดังนั้นการบริหารการจราจรที่เหมาะสมจึงเป็นสิ่งที่ควรให้ความสำคัญ ในงานวิจัยนี้ ได้ประยุกต์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานจากทฤษฎีกราฟและกำหนดการเชิงเส้น เพื่อศึกษาวิธีการจัดการจราจรและจัดตารางเวลาที่เหมาะสมกับการกำหนดจังหวะสัญญาณไฟจราจรบริเวณทางแยก โดยมีกรณีศึกษาคือทางแยกวัดพระญาติการามจังหวัดพระนครศรีอยุธยา

คำสำคัญ : ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การจัดการสัญญาณไฟจราจร ทฤษฎีกราฟ

Abstract

Phranakhon Si Ayutthaya is one of the most popular travelling places which attract both domestic and abroad travellers, however, the high volume of traffic and traffic jam problems also occur periodically. Therefore, an adequate traffic management is required. In this work, mathematical model based on graph theory and linear programming is applied to investigate a traffic flow and find a suitable schedule for intersection with traffic lights. The case study is the intersection of Wat PhrayaTikaram, Phranakhon Si Ayutthaya.

Keywords: mathematical model, traffic lights management, graph theory

[1] คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ พระนครศรีอยุธยาหันตรา 13000

[2] คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้ เชียงใหม่ สันทราย 53000

[3] คณะเทคโนโลยีการเกษตรและอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ พระนครศรีอยุธยาหันตรา 13000

* Corresponding author. E-mail: oporkabbb@hotmail.com

บทนำ

จังหวัดพระนครศรีอยุธยาเป็นแหล่งท่องเที่ยวที่นักท่องเที่ยวทั้งภายในประเทศและต่างประเทศให้ความสนใจอย่างไรก็ตามการจราจรคงหนาแน่นและมีปัญหาการจราจรติดขัดในบางช่วงเวลา โดยเฉพาะบนเส้นทางที่เป็นจุดเชื่อมต่อระหว่างถนนสายหลัก (ทางหลวงสายเอเชีย) เข้าสู่ตัวเมืองพระนครศรีอยุธยาซึ่งเป็นที่ตั้งของโบราณสถานและวัดที่เป็นสถานที่ท่องเที่ยวและทำบุญจำนวนมาก

ทางแยกวัดพระญาติการามเป็นหนึ่งในทางแยกที่มีสัญญาณไฟจราจรกำกับ ตั้งอยู่บนถนนโรจจะซึ่งเป็นถนนสายหลักที่เชื่อมระหว่างถนนสายเอเชียและตัวเมืองพระนครศรีอยุธยา ซึ่งปกติการจราจรจะติดขัดมากในช่วงเวลาเร่งด่วน และช่วงเทศกาล

ตัวแบบเชิงกราฟ (Graphical model) เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้พื้นฐานจากทฤษฎีกราฟ ซึ่งใช้ศึกษาความสัมพันธ์ของจุดยอดและเส้นเชื่อม ตัวแบบเชิงกราฟนี้สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อบริหารจัดการวิธีการเดินรถและ การให้จังหวะสัญญาณไฟบริเวณทางแยกได้ (Baruah and Baruah, 2012), (Dave and Jhala, 2014), (Thie and Keough, 2008)

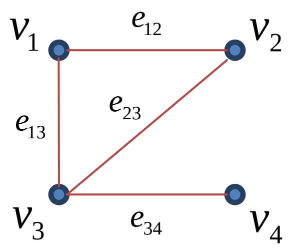
ในงานวิจัยนี้ เราจะนำตัวแบบเชิงกราฟมาประยุกต์ใช้กับการจัดการสัญญาณไฟจราจรบริเวณทางแยกวัดพระ-ญาติการาม เพื่อหารูปแบบการจัดการสัญญาณไฟจราจรที่ทำให้การจราจรติดขัดน้อยที่สุด และลดเวลาในการรอสัญญาณไฟจราจรในส่วนถัดไปจะของงานวิจัยเป็นการทบทวนทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย ในส่วนของวิธีการวิจัยจะกล่าวถึงวิธีการสร้างตัวแบบเชิงกราฟจากสถาพเชิงกายภาพของทางแยก และ ผลลัพท์จากตัวแบบและในส่วนสุดท้ายเป็นการสรุปผลและข้อเสนอแนะ

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ทางแยก (Intersection) (วัฒนวงศ์ และ สราวุธ, 2554) คือบริเวณที่มีการตัดกันของถนนตั้งแต่สองสายขึ้นไป ซึ่งโดยทั่วไปสามารถแบ่งทางแยกได้เป็นสองประเภทคือ ทางแยกที่มีถนนตัดกันในระดับเดียวกัน (At grade intersection) และ ทางแยกที่มีถนนตัดกันในระดับที่ต่างกัน (Interchange)

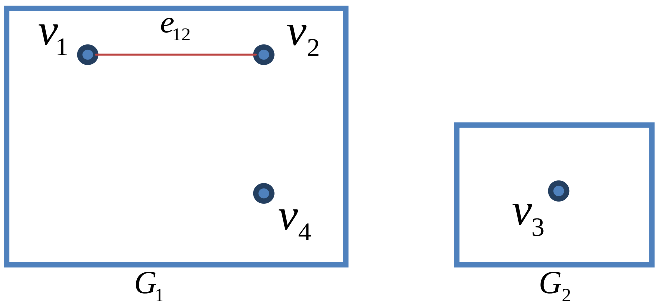
ความขัดแย้ง (Conflict) ในการเคลื่อนตัวของการจราจร (วัฒนวงศ์ และ สราวุธ, 2554) คือ จุดที่การเคลื่อนตัวของการจราจรเกิดการตัดกัน ซึ่งในการออกแบบทางแยกที่ปลอดภัยจะต้องไม่มีจุดขัดแย้งเกิดขึ้น วิธีการแก้ปัญหาจุดขัดแย้งได้แก่ การแบ่งปันเวลา (Time sharing) เช่น การควบคุมสัญญาณไฟจราจรและ การสร้างทางต่างระดับ (Grade Separation) ถ้าการจราจรไม่หนาแน่นมากวิธีที่นิยมคือการใช้สัญญาณไฟจราจร (Traffic lights)

กราฟ (Graph)(ณรงค์,2537,นวรัตน์,2540, Chartrandand Zhang, 2005)คือ เซตของจุดยอด V (Vertexes) เซตของเส้นเชื่อม (Edges) E และ ความสัมพันธ์ระหว่างเซต V และ E เขียนแทนด้วย $G(V,E)$ เรานิยมเขียนกราฟในรูปของแผนภาพเช่น กราฟ G ที่ประกอบด้วย $V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$ และ $E=\{e_{12},e_{13},e_{23},e_{34}\}$ จะได้กราฟดังรูปที่ 1จำนวนเส้นเชื่อมที่วิ่งเข้าหาแต่ละจุดจะถูกเรียกว่าดีกรี (Degree) เช่นจุด v_1 มีดีกรีเป็น 2(deg(v_1) =2)



รูปที่ 1 กราฟ G

การยูเนียนกราฟ ($G_1 \cup G_2$) (Chartrand and Zhang. 2005)เป็นการดำเนินการทิวภาคบนกราฟ ซึ่งนิยมดังนี้ ให้กราฟ $G_1(V_1, E_1)$ และ $G_2(V_2, E_2)$ แล้ว $G_1 \cup G_2$ คือกราฟที่รวมจุดยอดของ G_1 และ G_2 ไว้ด้วยกันและเพิ่มเส้นเชื่มจากจุดใดๆ บน V_1 ไปเชื่อมทุกจุดใน V_2 ตัวอย่างเช่นกราฟ G ในรูปที่ 1 เกิดจากการยูเนียนของกราฟ G_1 และ G_2 ในรูปที่ 2จุดยอดในเซต $V_1 = \{v_1, v_2, v_4\}$ จะถูกเชื่อมกับ v_3 ด้วยเส้นเชื่อม e_{13}, e_{23}, e_{34}



รูปที่ 2 กราฟ G_1 และ G_2

การระบายสีกราฟ (Graph coloring) (Chartrandand Zhang, 2009) คือการกำหนดสีให้กับจุดยอดของกราฟแต่ละจุดโดยที่จุดที่ประชิดหรือมีเส้นเชื่อมกันจะต้องมีสีที่ต่างกัน จำนวนสีที่น้อยที่สุดที่ใช้จะถูกแทนด้วย เลขโคมมาติค $\chi(G)$ ซึ่งเป็นกราฟพารามิเตอร์ตัวหนึ่ง (Graph parameter)และกราฟที่ใช้จำนวนสีน้อยที่สุด k สี จะถูกเรียกว่ากราฟ k สี เช่นจากรูปที่ 1 เราสามารถระบายสีที่ 1ให้กับจุดยอดในเซต $R_1 = \{v_1, v_4\}$ สีที่ 2ให้กับจุดยอดในเซต $R_2 = \{v_2\}$ และ สีที่ 3ให้กับจุดยอดในเซต $R_3 = \{v_3\}$ ดังนั้นกราฟ G จึงเป็นกราฟ 3 สี ($\chi(G) = 3$)จากตัวอย่างจะเห็นว่ากราฟมีขนาดเล็กเราจึงระบายสีจุดยอดได้ไม่ยาก แต่ถ้ากราฟมีขนาดใหญ่มาก เราจะไม่สามารถกำหนดสีของจุดยอดได้อย่างแม่นยำ ดังนั้นจึงมีการศึกษาทฤษฎีต่างๆ เพื่อเป็นตัวยืนยันว่าจำนวนโคมาติคที่ได้คือค่าที่ถูกต้อง ซึ่งทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ คือ

ทฤษฎีบทที่ 1 (Chartrandand Zhang, 2009)ถ้า $G = G_1 \cup G_2 \cup \ldots \cup G_n$ แล้ว

$$\chi(G) = \sum_{i=1}^{n} \chi(G_i)$$

ทฤษฎีบทดังกล่าวมีแนวคิดคือการแยกกราฟ G ให้เป็นผลการยูเนียนของกราฟขนาดเล็ก $G_1, G_2, \ldots, G_n$ ซึ่งกราฟขนาดเล็กจะสามารถคำนวณค่าโคมาติคได้ง่ายกว่า ค่าโคมาติคของกราฟ G สามารถคำนวณได้จากผลรวมของค่าโคมาติคของกราฟ $G_1, G_2, \ldots, G_n$

กำหนดการเชิงเส้น(Linear programming)(อำพล, 2551) คือ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) ซึ่งประกอบด้วยสมการวัตถุประสงค์ (1) (Objective function) และอสมการเงื่อนไข (2)และ (3) (Constrain or Condition) ซึ่งกำหนดการเชิงเส้นมีเป้าหมายคือการหาค่าสูงที่หรือต่ำที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยที่คำตอบ x_{ij} ที่ได้จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมด ตัวแบบต่อไปนี้เป็นตัวแบบมาตรฐาน (Canonical form) ของกำหนดการเชิงเส้นที่มี n ตัวแปร และ m เงื่อนไข

$$\max z = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \le d_{ij} \tag{2}$$

$$x_{ij} \ge 0 \tag{3}$$

วิธีการที่นิยมใช้ในการแก้กำหนดการเชิงเส้นคือ วิธีการซิมเพล็กซ์(Simplex method) ซึ่งมีโปรแกรมสำเร็จรูปหลายโปรแกรมที่สามารถแก้กำหนดการเชิงเส้นเช่น Excel Solver และ MatLabเป็นต้น (Thie and Keough, 2008)และในในงานวิจัยนี้จะแก้กำหนดการเชิงเส้นโดยใช้วิธีการซิมเพล็กซ์

วิธีการวิจัย

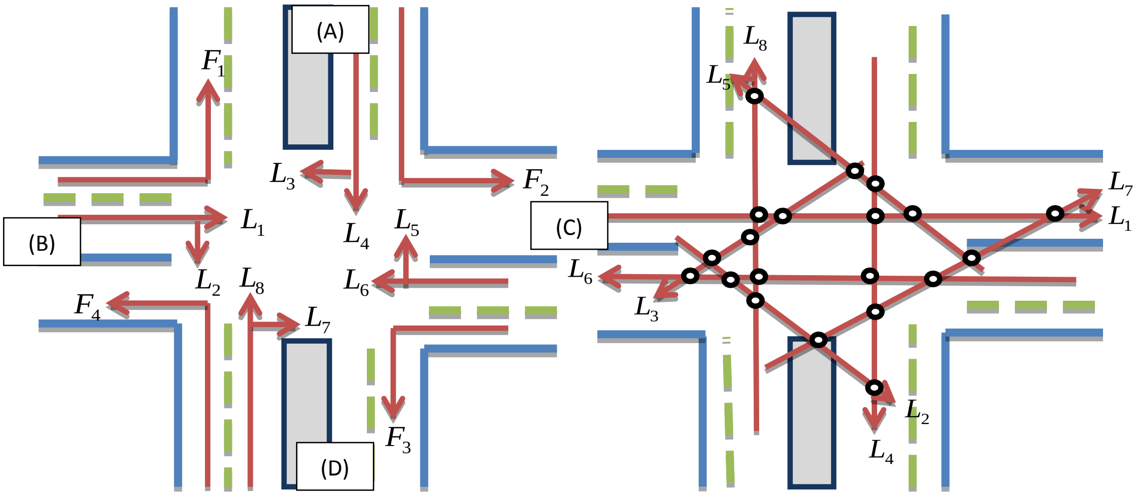
ขั้นตอนและวิธีการวิจัยประกอบด้วย การศึกษาสถาพเชิงกายภายของทางแยกวัดพระญาติการาม การสร้างตัวแบบเชิงกราฟสำหรับทางแยกวัดพระญาติการาม การหาค่าโคมาติคของกราฟสำหรับทางแยกวัดพระญาติการาม และการสร้างตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นเพื่อกำหนดเวลาที่เหมาะสมสำหรับการจัดการสัญญาณไฟจราจร

การศึกษาสภาพเชิงกายภาพของทางแยกวัดพระญาติการาม

ทางแยกวัดพระญาติการามตั้งอยู่บน ถนนโรจจะ ตำบล ไผ่ลิง อำเภอ พระนครศรีอยุธยา จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ซึ่งเป็นทางสายหลักที่เชื่อมระหว่างถนนสายเอเชียและตัวเมืองพระนครศรีอยุธยา ลักษณะของทางแยกวัดพระญาติเป็นสี่แยกที่มีสัญญาณไฟจราจรกำกับทุกช่องทาง ยกเว้นช่องทางซ้ายของทุกช่องทางจราจรอนุญาตให้ผ่านได้โดยไม่ต้องรอสัญญาณ อย่างไรก็ตาม การจราจรหนาแน่นในช่วงเวลาเร่งด่วนและช่วงเทศกาล โดยเฉพาะช่วงเทศกาลจะมีนักท่องเที่ยวจำนวนมาเดินทางจากต่างจังหวัดเข้ามาเพื่อ ไหว้พระ ทำบุญ รูปที่ 3แสดงรูปภาพถ่ายมุมสูงของทางแยกวัดพระญาติการามโดยผ่าน Google Map ในระบบออนไลด์ เส้นทาง (A) คือ เส้นทางเข้าสู่ตัวเมืองพระนครศรีอยุธยา (B) คือ เส้นทางไปสนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา (C) คือ เส้นทางไปวัดพระญาติการาม และ (D) คือเส้นทางไปกรุงเทพมหานคร

รูปที่ 3 สภาพเชิงกายภาพของทางแยกวัดพระญาติการามจากภาพถ่ายของ Google Map

การออกแบบสัญญาณไฟจราจรเพื่อความปลอดภัยจะต้องทำให้การเคลื่อนตัวของการจราจรไม่เกิดจุดขัดแย้งขึ้น และ การออกแบบที่มีประสิทธิภาพควรจัดการให้ระยะเวลาการใช้สัญญาณไฟเขียวรวมมากที่สุด (Kuplinsky and Kuplinsky, 2006) โดยใช้จำนวนครั้งในการให้จังหวะสัญญาณไฟน้อยที่สุด (หรือกล่าวคือ ถ้าช่องทางใดสามารถเคลื่อนตัวพร้อมกันได้ควรจะให้ใช้สัญญาณไฟเขียวร่วมกันในเวลาเดียวกัน) ซึ่งการใช้จังหวะไฟจราจรหลายจังหวะจะทำให้เกิดความล่าช้าขึ้น



(ก) (ข)

รูปที่ 4 (ก) แผนภาพทิศทางการเคลื่อนตัวของการจราจรในแต่ละช่องทางของทางแยกวัดพระญาติการาม (ข) ภาพจุดขัดแย้งที่เกิดจากการตัดกันของการเคลื่อนตัวของแต่ละช่องทางจราจร

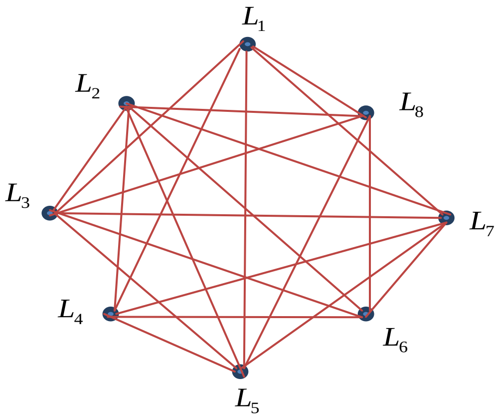
จากรูปที่ 3 เราสามารถเขียนแผนภาพเส้นของการจราจรในแต่ละช่องทางได้ดังรูปที่ 4(ก) และเมื่อพิจารณาทิศทางการเคลื่อนตัวของการจราจรจะพบจุดที่การจราจรตัดกัน (จุดขัดแย้ง) ดังรูปที่ 4(ข) แต่จากข้อจำกัดของความกว้างของถนน ทำให้การเคลื่อนตัวบนช่องทาง L_2 และ L_5 L_3 และ L_7 ไม่สามารถเคลื่อนตัวตัดกันได้ดังนั้นจะมีจุดขัดแย้งอีก 2 จุดเพิ่มเติมจากรูปที่ 4(ข) คือบนช่องทาง L_2 และ L_5 หนึ่งจุด และอีกหนึ่งจุดบน L_3 และ L_7 และ

เนื่องจากช่องทาง F_1, F_2, F_3 และ F_4 เป็นเส้นทางที่สามารถผ่านได้ตลอด ดังนั้นเราจะพิจารณา 4 ช่องทางดังกล่าวในการจำลองกราฟ

ตารางที่ 1 ความหมายของตัวแปรบนกราฟ

ช่องทาง	เส้นทางการจราจร	ช่องทาง	เส้นทางการจราจร
L_1	สนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา ไป วัดพระญาติการาม	L_7	กรุงเทพมหานคร ไป วัดพระญาติการาม
L_2	สนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา ไป กรุงเทพมหานคร	L_8	กรุงเทพมหานคร ไป ตัวเมืองพระนครศีอยุธยา
L_3	ตัวเมืองพระนครศีอยุธยา ไป สนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา	F_1	สนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา ไป ตัวเมืองพระนครศีอยุธยา
L_4	ตัวเมืองพระนครศีอยุธยา ไป กรุงเทพมหานคร	F_2	ตัวเมืองพระนครศีอยุธยา ไป วัดพระญาติการาม
L_5	วัดพระญาติการาม ไป ตัวเมืองพระนครศรีอยุธยา	F_3	วัดพระญาติการาม ไป กรุงเทพมหานคร
L_6	วัดพระญาติการาม ไป สนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา	F_4	กรุงเทพมหานคร ไป สนามกีฬากลางจังหวัดพระนครศรีอยุธยา

การสร้างตัวแบบกราฟสำหรับทางแยกวัดพระญาติกาม



รูปที่ 5 กราฟ G สำหรับทางแยกวัดพระญาติการาม

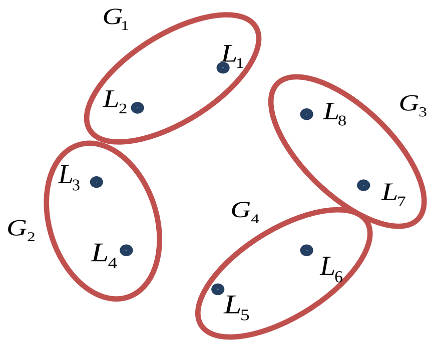
กราฟที่ใช้จำลองการเกิดจุดขัดแย้งสำหรับทางแยก จุดยอด $L_1, L_2, L_3, ..., L_7$ แทนการเคลื่อนตัวของการจราจรในแต่ละช่องทาง เส้นเชื่อมจากจุดยอด L_i ไปยัง L_j $(i \neq j$ และ $i, j = 1,2...,7)$ แทนความขัดแย้งที่เกิดขึ้นเมื่อการเคลื่อนตัวบนช่องทาง L_i และ L_j เกิดขึ้นพร้อมกันดังนั้น $\deg(L_i)$ จะเท่ากับจำนวนจุดขัดแย้งบนเส้นทาง L_i ซึ่งสรุปได้ดังนี้

$$\deg(L_1) = \deg(L_4) = \deg(L_6) = \deg(L_8) = 5 \text{ และ } \deg(L_2) = \deg(L_3) = \deg(L_5) = \deg(L_7) = 6$$

การแก้ปัญหากราฟทางแยกเทียบเท่ากับการระบายสีบนจุดยอดของกราฟ (Chartrandand Zhang, 2009) ช่องทางที่สามารถเปิดใช้สัญญาณไฟเขียวพร้อมกันได้จะถูกกำหนดด้วยสีเดียวกัน และ จำนวนครั้งในการให้จังหวะสัญญาณไฟน้อยที่สุดจะเท่ากับ $\chi(G)$

การหาค่าโคมาติคของกราฟสำหรับทางแยกวัดพระญาติการาม

กราฟในรูปที่ 5สามารถแยกเป็นผลยูเนียน (Uniongraph operator) ของกราฟได้ทั้งหมด 5องค์ประกอบ คือ G_1, G_2, G_3 และ G_4 โดยที่ $G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$ ดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 การแยกกราฟ G ออกเป็นกราฟ G_1, G_2, G_3 และ G_4

เนื่องจากกราฟ G_1, G_2, G_3 และ G_4 มีเพียง 2 จุดยอดที่ไม่มีเส้นเชื่อมดังนั้น จุดยอดทั้งสองจุดยอดสามารถกำหนดสีเดียวกันได้ ดังนั้น $\chi(G_1) = \chi(G_2) = \chi(G_3) = \chi(G_4) = 1$ และจากทฤษฎีบทที่ 1 จะได้ค่าโคมาติคของกราฟสำหรับทางแยกวัดพระญาติการามคือ $\chi(G) = \sum_{i=1}^{4} \chi(G_i) = 4$ ดังนั้นจำนวนครั้งในการให้จังหวะสัญญาณไฟน้อยที่สุดจะเท่ากับ 4 ครั้งในหนึ่งรอบวัฏจักร (รอบวัฏจักร คือ เวลาที่ใช้ในการเปิดสัญญาณไฟจราจรจนครบทุกตำแหน่งแล้ววนกลับมาตำแหน่งเดิม)

การสร้างตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นเพื่อกำหนดเวลาที่เหมาะสมสำหรับการจัดการสัญญาณไฟจราจร

จากกราฟ G ในรูปที่ 5 และ 6 สถานะของสัญญาณไฟจราจรที่ไม่ทำให้เกิดความขัดแย้งในการเคลื่อนตัวของการจราจรที่เป็นไปได้หรือรูปแบบการกำหนดสีบนจุดยอดของกราฟคือ $R_1 = \{L_1, L_2\}, R_2 = \{L_3, L_4\}$, $R_3 = \{L_5, L_6\}$ และ $R_4 = \{L_7, L_8\}$ ซึ่งสามารถกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมสำหรับการควบคุมสัญญาณไฟจราจรเพื่อให้จำนวนครั้งในการให้จังหวะสัญญาณไฟน้อยที่สุด ได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 รูปแบบที่เหมาะสมสำหรับการควบคุมสัญญาณไฟจราจร

Times/Period	d_1	d_2	d_3	d_4
	$R_1 = \{L_1, L_2\}$	$R_2 = \{L_3, L_4\}$	$R_3 = \{L_5, L_6\}$	$R_4 = \{L_7, L_8\}$
L_1				
L_2				
L_3				
L_4				
L_5				
L_6				
L_7				
L_8				

โดย d_1, d_2, d_3 และ d_4 แทนเวลาที่ใช้ในการเปิดไฟเขียวสำหรับช่องทางในเซต R_1, R_2, R_3 และ R_4 ตามลำดับ ตารางที่ 2 แสดงวิธีการจัดจังหวะการเปิดใช้สัญญาณไปเขียวจังหวะแรกสำหรับช่องทาง L_1, L_2 พร้อมกันเป็นเวลา d_1 หน่วย จังหวะที่สองสำหรับช่องทาง L_3, L_4 พร้อมกันเป็นเวลา d_2 หน่วย จังหวะที่สามสำหรับช่องทาง L_5, L_6 พร้อมกันเป็นเวลา d_3 หน่วย และจังหวะสุดท้ายสำหรับช่องทาง L_7, L_8 พร้อมกันเป็นเวลา d_4 หน่วย

ในส่วนการกำหนดเวลาที่เหมาะสม เราจะใช้กำหนดการเชิงเส้นในการคำนวณหาเวลา d_1, d_2, d_3 และ d_4 ที่ทำให้เวลาการเปิดใช้สัญญาณไฟเขียวในรอบวัฏจักรมีผลรวมมากที่สุด ซึ่งสามารถศึกษารายละเอียดได้จาก (Kuplinsky and Kuplinsky, 2006)กำหนดพารามิเตอร์ของโปรแกรมเชิงเส้นดังนี้

r_1, r_2, r_3, r_4 แทนระยะเวลา(สั้นที่สุด)สำหรับการเปิดสัญญาณไฟเขียวครั้งที่ 1 ของเส้นทาง L_1, L_2 ครั้งที่ 2 ของเส้นทาง L_3, L_4 ของเส้นทาง ครั้งที่ 3 ของเส้นทาง L_5, L_6 และ ครั้งที่ 4 ของเส้นทาง L_7, L_8 ตามลำดับค่าพารามิเตอร์นี้จะขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของการจราจรในแต่ละช่องทาง ซึ่งในตัวแบบนี้ เราจะสมมุติให้ความหนาแน่นของการจราจรแต่ละช่องทางเป็นอิสระต่อกัน (Independent) ซึ่งจะต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไข $\sum_{i=1}^{4} r_i \leq N$ เมื่อ N แทนช่วงเวลา(ที่นานที่สุด)ที่ใช้ในการเปิดไฟจราจรทั้งหมดในหนึ่งวัฏจักร

จากตารางที่ 2 เวลาของการใช้สัญญาณไฟเขียวสำหรับเส้นทาง L_1, L_2 คือ d_1 ดังนั้นเวลารวมคือ $2d_1$ ใช้คำนวณแบบเดียวกันกับเส้นทางที่เหลือ จะได้ผลรวมเวลาการเปิดสัญญาณไฟเขียวในหนึ่งรอบวัฏจักร คือ $2d_1 + 2d_2 + 2d_3 + 2d_4$ ดังนั้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือ

$$\max z = 2d_1 + 2d_2 + 2d_3 + 2d_4 \tag{4}$$

จากเงื่อนไขของระยะเวลาสั้นที่สุดสำหรับการเปิดสัญญาณไฟเขียวในแต่ละช่องทางจะได้ว่า

$$d_i \geq r_i \tag{5}$$

โดยที่ $i = 1,2,3,4$ จากเงื่อนไขระยะเวลานานที่สุดในการเปิดไฟจราจรทั้งหมดต่อหนึ่งวัฏจักรจะได้อสมการ คือ

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \le N \tag{6}$$

และจากค่า d_i ทุกค่าแทนเวลาซึ่งมีค่าเป็นจำนวนจริงไม่ติดลบเสมอ (Non-negativereal value) ดังนั้น

$$d_i \ge 0 \tag{7}$$

ผลการศึกษาและอภิปรายผล

สมการและอสมการ (4)-(7) เป็นกำหนดการเชิงเส้นที่เราจะใช้สำหรับการกำหนดเวลาที่เหมาะสมสำหรับการควบคุมสัญญาณไฟจราจรกำหนดการเชิงเส้นดังกล่าวสามารถหาผลเฉลยโดยใช้วิธีการซิมเพล็กซ์เราจะแบ่งพิจารณาผลเฉลยเป็นเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ $\sum_{j=1}^{4} r_j = N$ และ กรณีที่ $\sum_{j=1}^{4} r_j < N$

1. กรณีที่ $\sum_{j=1}^{4} r_j = N$ จะเกิดขึ้นเมื่อกำหนดเวลาการเปิดสัญญาณไฟเขียวน้อยที่สุดของแต่ละเส้นทางรวมกันเท่ากับเวลาหนึ่งรอบวัฏจักรพอดี ซึ่งเวลาที่เหมาะสมสำหรับการให้จังหวะสัญญาณไฟของแต่ละรอบจะเท่ากับ r_i พอดี คือ

$$d_i = r_i \tag{8}$$

2. กรณีที่ $\sum_{j=1}^{4} r_j < N$ จะเกิดขึ้นเมื่อกำหนดเวลาการเปิดสัญญาณไฟเขียวน้อยที่สุดของแต่ละเส้นทางรวมกันน้อยกว่าเวลาหนึ่งรอบวัฏจักร หมายความว่าถ้าเปิดสัญญาณไฟเขียวแต่ละรอบเป็นเวลา r_i จะเหลือเวลาอีก $N - \sum_{j=1}^{4} r_j$ ในหนึ่งรอบวัฏจักร เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของ d_1, d_2, d_3, d_4 ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็น 2 เท่ากัน ดังนั้นสามารถแบ่งบันเวลาที่เหลือในรอบวัฏจักรให้กับ d_1, d_2, d_3, d_4 รอบใดก็ได้ ซึ่งจะไม่ทำให้ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์มากขึ้นหรือลดลงภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ดังนั้นผลเฉลยของกรณีนี้จะได้เป็น

$$d_i = r_i + \alpha_i (N - \sum_{j=1}^{4} r_j) \tag{9}$$

α_i คืออัตราส่วนการแบ่งเวลาการเปิดใช้สัญญาณไฟเขียวที่เหลือให้กับแต่ละช่องทาง ดังนั้น ถ้าการจราจรในช่องทางใดมีการจราจรหนาแน่น เราจะกำหนดค่า ใช้มีค่ามากกว่าช่องทางที่มีการจราจรหนาแน่นน้อยกว่า

พิจารณาผลเฉลยในกรณีที่ 2 ถ้ากำหนด $\sum_{j=1}^{4} r_j = N$ จะทำให้ $N - \sum_{j=1}^{4} r_j = 0$ ซึ่งจะให้ผลเฉลยเท่ากับกรณีที่ 1 นั่นหมายความว่า ผลเฉลยในกรณีที่ 2 จึงเป็นผลเฉลยทั่วไปซึ่งครบคลุมผลเฉลยในกรณีที่ 1 ด้วย ดังนั้นผลเฉลยทั่วไปของกำหนดการเชิงเส้น (4)-(7) คือ $d_i = r_i + \alpha_i (N - \sum_{j=1}^{4} r_j)$

สรุป

การจัดตารางเวลาที่ทำให้ใช้จำนวนครั้งในการให้จังหวะสัญญาณไฟน้อยที่สุดสำหรับทางแยกวัดพระญาติการามคือรูปแบบในตารางที่ 2 และระยะเวลาที่เปิดใช้สัญญาณไฟเขียวสำหรับแต่ละช่องทางที่ทำให้ผลรวมเวลาที่เปิดใช้สัญญาณไฟเขียวมากที่สุดคือ $d_i = r_i + \alpha_i (N - \sum_{j=1}^{4} r_j)$ อย่างไรก็ตาม การออกแบบทางแยกบางแห่งมีวัตถุประสงค์การใช้งาน หรือมีเงื่อนไขต่างจากตัวแบบที่ได้นำเสนอ ก็จำเป็นต้องปรับปรุงหรือเปลี่ยนตัวแบบเพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานจริง

เอกสารอ้างอิง

ณรงค์ ปั้นนิ่ม. 2537. ทฤษฎีกราฟ, กรุงเทพฯ.

นวรัตน์ อนันต์ชื่น. 2540. ทฤษฎีกราฟ 1, นครปฐม.

วัฒนวงศ์ รัตนวราห และ สราวุธ จริตงาม. 2554. วิศวกรรมขนส่ง, กรุงเทพฯ.

อำพล ธรรมเจริญ.2551. กำหนดการเชิงเส้นเบื้องต้น. กรุงเทพฯ.

Baruah, N. and Baruah, A. K., 2012.On A Traffic Control Problem Using Cut-Set of Graph.*International Journal of Advanced Networking and Applications 3: 1240-1244.*

Chartrand, G.and Zhang, P. 2005. Introduction to Graph Theory.McGraw-Hill, New York.

Chartrand, G. and Zhang, P. 2009. Chromatic Graph Theory. Chapman & Hall/CRC, New York.

Dave, D. and Jhala, N. 2014.Application of Graph Theory in Traffic Management.*International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT) 3*: 124-126.

GoogleTechnology Company. 2016. Google map for intersectionof *Wat PhrayaTikara* (online). Available: https://maps.google.com/.

Kuplinsky, S. and Kuplinsky, J. 2006.The Scheduling of Traffic Lights. (online). Available:http://www.comap.com/product/?idx=852.

Thie, P. R., and Keough, G. E. 2008. An Introduction to Linear Programming and Game Theory. John Wiley & Sons, Canada.